

Übungen zur Algebraischen Komplexitätstheorie

Sommersemester 2001

Prof. P. Bürgisser

Blatt 1

Alle Aufgaben geben maximal 5 Punkte.

Aufgabe 1. Beschreibe einen Algorithmus zur Multiplikation komplexer n -reihiger Matrizen, der nur drei Multiplikationen und fünf Additionen oder Subtraktionen n -reihiger reeller Matrizen benötigt.

Aufgabe 2. Sei x_0, x_1, \dots eine Folge reeller Zahlen beschrieben durch die Rekursionsformel

$$x_s = ax_{s-1} + cb^s \quad (s \geq 1)$$

für feste reelle Zahlen a, b, c . Finde eine geschlossene Formel für x_s . (Hinweis: Der Fall $a = b$ erfordert spezielle Behandlung.)

Aufgabe 3. Seien A_{ij} m -reihige Matrizen über einem Körper k für $1 \leq i, j \leq 2$. Wir setzen voraus, dass A_{11} und $D := A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12}$ invertierbar sind. Verifizieren Sie, dass

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} A_{11}^{-1} + A_{11}^{-1}A_{12}D^{-1}A_{21}A_{11}^{-1} & -A_{11}^{-1}A_{12}D^{-1} \\ -D^{-1}A_{21}A_{11}^{-1} & D^{-1} \end{pmatrix}$$

und überlegen Sie, wie diese Formel auf systematische Weise gewonnen werden kann.

Aufgabe 4. Beschreiben Sie $O(n^{2.81})$ Algorithmen für die Inversion bzw. Determinantenberechnung genügend allgemeiner Matrizen unter Verwendung von Aufgabe 3.

Abgabe: Donnerstag, den 26.04.2001, im entsprechenden Kasten.