V. ÜBUNG ZU RINGE und MODULN

Abgabe: DO, 24. NOVEMBER 2005 in der Übung

http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Ringe_und_Moduln/

9. Aufgabe: **a)** Sei $n > 1$ eine natürliche Zahl. Man zeige, dass der $\mathbb{Z}$-Modul $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ nicht projektiv ist. Ist $n\mathbb{Z}$ projektiver $\mathbb{Z}$-Modul?

b) Wie sehen (bis auf Isomorphie) die einfachen $\mathbb{Z}$-Moduln und deren Endomorphismenringe aus? 10 P.

10. Aufgabe: Sei $A = \mathrm{M}_n(D)$, wobei D eine Divisionsalgebra ist. Für $i = 1, \ldots, n$ sei $S_i = e_{ii}A$ (wobei e_{ii} die Matrix ist, die nur im Eintrag (i, i) eine 1 und sonst nur Nullen hat). Man zeige:

a) $A = S_1 \oplus \ldots \oplus S_n$.

b) Die S_i sind einfache Untermoduln.

(Hinweis: Man zeige, für alle $0 \neq x \in S_i$ gilt $xA = S_i$.)

c) $S_i \simeq S_j$ für alle i, j.

(Hinweis: Man zeige $S_i = xS_j$ für ein $x \in A$.)

d) $\mathrm{End}(S_i) \simeq D$ für alle i. 10 P.