

**VII. ÜBUNG ZUR LINEAREN ALGEBRA II**

Abgabe: bis Mi, 3. JUNI 2009, 11:00 UHR in die Kästen 109, 110 bzw. 119.

<http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/LA-2/>

**1. Aufgabe:** (30 Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in M_6(\mathbb{R}).$$

Sei  $f: \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^6$ ,  $x \mapsto Ax$  die zugehörige lineare Abbildung.

- Man berechne das charakteristische Polynom  $\chi_f$ .
- Man gebe die Jordansche Normalform  $J$  von  $f$  an.
- Man bestimme das Minimalpolynom  $\mu_f$ .
- Man ermittle eine Basis  $\mathcal{B}$  von  $\mathbb{R}^6$  mit  $M_{\mathcal{B}}(f) = J$ .
- Man bestimme ein  $P \in GL(6; \mathbb{R})$  mit  $P^{-1}AP = J$ .

(Alle Rechnungen müssen nachvollziehbar kommentiert sein.)

**2. Aufgabe:** (10 Punkte)

Sei  $V$  ein  $n$ -dimensionaler  $\mathbb{C}$ -Vektorraum. Sei  $p \in \mathbb{C}[T]$  normiert mit  $1 \leq \text{grad}(p) \leq n$  beliebig gegeben. Man zeige, dass es einen Endomorphismus  $f: V \rightarrow V$  gibt mit Minimalpolynom  $\mu_f = p$ .

**3. Aufgabe:** (10 Punkte)

Sei  $K$  ein Körper. Man untersuche, welche der 64 Matrizen

$$\begin{pmatrix} 0 & a & b & c \\ 0 & 0 & d & e \\ 0 & 0 & 0 & f \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M(4; K)$$

mit  $a, b, c, d, e, f \in \{0, 1\}$  untereinander ähnlich sind durch Angabe ihrer Jordanschen Normalform.