PD Dr. Dirk Kussin
Dipl.-Math. Julia Sauter

SS 2009

3. Test zur Linearen Algebra 2

24.06.2009

Name, Vorname	
Übungsgruppe	
Studiengang	
Matrikelnummer	
Semester	

Zugelassene Hilfsmittel: Stifte.

Hinweise:
i) Bitte schreiben Sie mit Kugelschreiber oder Füllfederhalter in blauer oder schwarzer Farbe.
ii) Füllen Sie bitte beide Deckblätter vollständig und gut lesbar aus.

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punktzahl	10	4	10	6	30
erreichte Punktzahl					

PD Dr. Dirk Kussin
Dipl.-Math. Julia Sauter

SS 2009

3. Test zur Linearen Algebra 2

24.06.2009

Name, Vorname	
Übungsgruppe	
Studiengang	
Matrikelnummer	
Semester	

Zugelassene Hilfsmittel: Stifte.

Hinweise:
i) Bitte schreiben Sie mit Kugelschreiber oder Füllfederhalter in blauer oder schwarzer Farbe.
ii) Füllen Sie bitte beide Deckblätter vollständig und gut lesbar aus.

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punktzahl	10	4	10	6	30
erreichte Punktzahl					

Aufgabe 1:

(10 Punkte)

Kreuzen Sie an, ob die folgenden Aussagen allgemein wahr oder falsch sind.
Es sei $K = \mathbb{R}$ und $(V, \langle - \mid - \rangle)$ ein endlichdimensionaler euklidischer Vektorraum.

Aussage	**wahr**	**falsch**
Es ist $A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(2; \mathbb{R})$ eine orthogonale Matrix.	☐	☐
Ist $U \subseteq V$ ein Unterraum, so gilt $\dim(U^{\perp}) = \dim(V) - \dim(U)$.	☐	☐
Ist $f \in \mathrm{End}(V)$ Isometrie, so ist auch $-f$ Isometrie.	☐	☐
Sei $U \subseteq V$ ein Unterraum. Eine ONB von U lässt sich stets zu einer ONB von V ergänzen.	☐	☐
Zwei Skalarprodukte auf V, die dieselbe zugehörige Norm haben, sind gleich.	☐	☐

Bemerkungen:

i) Sie brauchen Ihre Antworten nicht zu begründen.

ii) Eine richtige Antwort gibt **zwei** Punkte, eine falsche Antwort gibt **einen** Minuspunkt. Keine Antwort gibt **null** Punkte.

iii) Nicht nachvollziehbare Antworten oder "Doppelantworten" werden wie eine falsche Antwort bewertet.

Aufgabe 2:

(4 Punkte)

Sei $(V, \langle - \mid - \rangle)$ ein euklidischer Vektorraum. Sei $X \subseteq V$ eine Teilmenge. Definieren Sie

$X^{\perp} \overset{def}{=}$

Aufgabe 3:

(10 Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathrm{M}(3;\mathbb{R}).$$

Sei $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ gegeben durch $f(x) = Ax$. Man bestimme die Jordansche Normalform J von f und eine Basis von $\mathbb{R}^3$, bzgl. welcher f durch J dargestellt wird.

Aufgabe 4:

(6 Punkte)

Seien

$$x_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3,$$

wobei $\mathbb{R}^3$ der euklidische Vektorraum mit dem Standardskalarprodukt $(- \mid -)$ ist. Man berechne eine Orthonormalbasis (ONB) $e_1,\ e_2$ vom Unterraum $U = \mathrm{Span}(x_1,\ x_2)$.