

VI. ÜBUNG ZU KNOTEN

Abgabe: MI, 15. JUNI 2005 in der Übung

<http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Knoten/>

14. Aufgabe: a) Sei $B_3 = \langle b_1, b_2 \mid b_1 b_2 b_1 = b_2 b_1 b_2 \rangle$. Man zeige, dass $c = (b_1 b_2)^3$ im Zentrum der Gruppe B_3 liegt.

b) Man zeige, dass in B_3 die Relation $b_1 b_2 b_1^{-1} = b_2^{-1} b_1 b_2$ gilt.

c) Man zeige, dass man die Gruppe B_3 auch durch Erzeuger a und b mit Relation $a^3 = b^2$ beschreiben kann. (HINWEIS: Man betrachte die Elemente $b_1 b_2$ und $b_1 b_2 b_1$.) 10 P.

15. Aufgabe: Es ist $B_2 = \langle b_1 \rangle$. Für $n \geq 0$ sei $Q_n = \beta(b_1^n)$ die n -fache Quaste. Es soll das Jones-Polynom $V(Q_n)$ berechnet werden.

a) Man berechne $V(Q_0)$ und $V(Q_1)$.

b) Man zeige folgende Rekursionsformel (für $n \geq 2$):

$$V(Q_n) = q^{-2} V(Q_{n-2}) - (q^{-1/2} - q^{-3/2}) V(Q_{n-1}).$$

c) Man zeige per Induktion (für $n \geq 1$):

$$V(Q_{2n+1}) = q^{-n} + q^{-n-2} + \sum_{i=1}^{2n-1} (-1)^i q^{-n-2-i}$$

$$V(Q_{2n}) = -q^{-(2n-1)/2} + \sum_{i=1}^{2n-1} (-1)^i q^{-(2n+1+2i)/2}$$

d) Man folgere: $B_2 \simeq \mathbb{Z}$.

20 P.