V. ÜBUNG ZUR DARSTELLUNGSTHEORIE

Abgabe: Do, 11. Mai 2006 in der Vorlesung

http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Darstellungstheorie/

8. Aufgabe: Sei $f : V \longrightarrow W$ ein Morphismus von K-linearen Darstellungen eines Köchers Γ. Man definiere die Darstellung $\mathrm{Bild}(f)$. 6 P.

9. Aufgabe: (1) Sei $\Gamma = (I, E, \alpha, \omega)$ ein Köcher. Für jedes $i \in I = \{1, \dots, n\}$ definiere eine Darstellung S_i durch

$$S_i(j) = \begin{cases} K & j = i, \\ 0 & j \neq i. \end{cases}$$

und $V(a) = 0$ für alle Pfeile $a \in E$. Dann ist S_i eine einfache Darstellung. Für $i \neq j$ gilt $S_i \not\cong S_j$.

(2) Sei Γ ohne orientierte Kreise und $V \neq 0$ eine Darstellung. Es gibt ein $i \in I$ und einen Monomorphismus $S_i \longrightarrow V$. Es gibt ein $j \in I$ und einen Epimorphismus $V \longrightarrow S_j$. (Hinweis: Γ kann als standardisiert angenommen werden.) Was ergibt sich, wenn V insbesondere einfach ist? 8 P.

10. Aufgabe: Sei Γ der Köcher $\widetilde{\mathbb{A}}_0$ (ein Punkt 1 mit einer Schlaufe a). Für jedes $\alpha \in K$ sei S_α die Darstellung mit $S_\alpha(1) = K$ und $S_\alpha(a) : K \longrightarrow K$ die lineare Abbildung mit $S_\alpha(a)(x) = \alpha x$. Man zeige, dass alle S_α einfache Darstellungen sind mit $S_\alpha \not\cong S_\beta$ für alle $\alpha \neq \beta$. 6 P.