XII. ÜBUNG ZUR DARSTELLUNGSTHEORIE

Abgabe: Do, 13. Juli 2006 in der Vorlesung

http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Darstellungstheorie/

24. Aufgabe: Sei Γ der Köcher $\overset{1}{\circ} \longrightarrow \overset{2}{\circ}$.

a) Man zeige, dass die Wegealgebra $K\Gamma$ isomorph ist zur Algebra $A = \begin{pmatrix} K & K \\ 0 & K \end{pmatrix} \subset \mathrm{M}_2(K)$, die aus den oberen 2×2-Dreiecksmatrizen über K besteht. (Zwei K-Algebren sind *isomorph*, falls es einen K-linearen Ringisomorphismus gibt.)

b) Einen endlichdimensionalen A-Modul (Rechtsmodul) kann man auffassen als direkte Summe $V \oplus W$ endlichdimensionaler Vektorräume, gebildet zu einem Tripel (V, W, f) mit einer linearen Abbildung $f : V \longrightarrow W$. (Warum?) Man erläutere, wie dabei die Operation

$$(v, w) \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$$

definiert ist. 10 P.

25. Aufgabe: Sei Γ der Einschlaufenköcher.

a) Man zeige $K\Gamma \simeq K[T]$ (Polynomring über K in der Unbestimmten T). Man zeige, dass die (unzerlegbaren) Darstellungen $(K^n, J_n(\lambda))$ aus Proposition 4.24 zu den endlichdimensionalen (unzerlegbaren) $K[T]$-Moduln $K[T]/((T-\lambda)^n)$ korrespondieren.

b) Sei $K = \mathbb{C}$. Was sind die (endlichdimensionalen) einfachen $K[T]$-Moduln? 10 P.