

# Projekt Milchkaffee

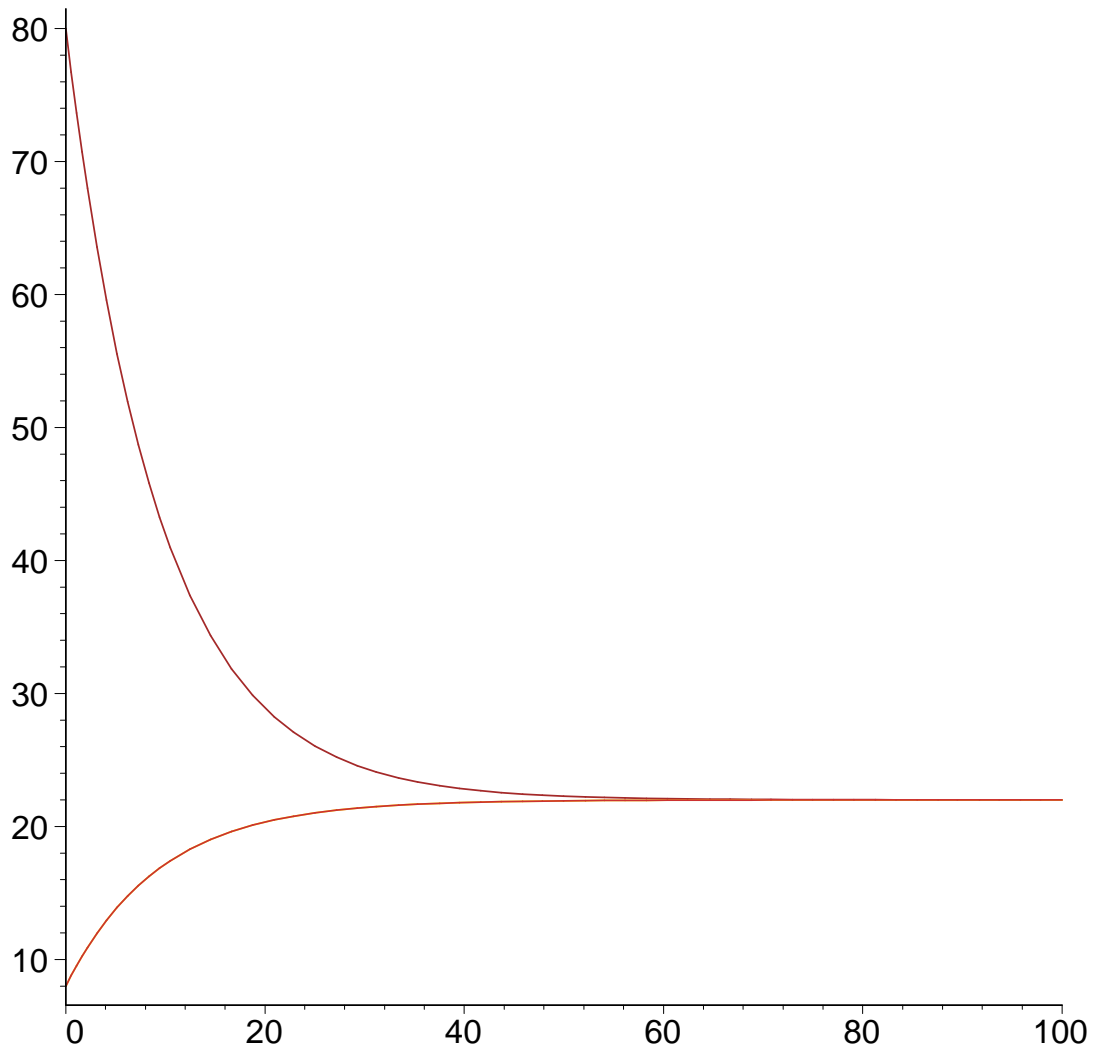
Stefanie Kückmann, Henning Schröder, 08.01.2003.

```
> restart:
> with(plots):
  zuerst lösen wir mal die DGL! für Kaffee und Milch
Warning, the name changecoords has been redefined
> ode:= D(u)(t) = -b * u(t)+b*A;
      ode := D(u)(t) = -b u(t) + b A
> ic:=u(0)=80;
      ic := u(0) = 80
> lsg:=dsolve( { ode, ic }, u(t) );
      lsg := u(t) = A + e(-b t) (-A + 80)
> exprK:=A+(exp(-b*t)*(-A+80));
      exprK := A + e(-b t) (-A + 80)
> uK:= unapply( exprK, t );
      uK := t → A + e(-b t) (-A + 80)
> exprM:=A+(exp(-b*t)*(-A+8));
      exprM := A + e(-b t) (-A + 8)
> uM:= unapply(exprM ,t);
      uM := t → A + e(-b t) (-A + 8)
> solve((0.5*uM(t))+(0.5*uK(t))-42,t);
  und rechnen aus, wann Oskar seinen Kaffee trinken kann
```

$$-\frac{1 \cdot \ln\left(\frac{A-42.}{A-44.}\right)}{b}$$

Error, (in solve) a constant is invalid as a variable, .25e-2

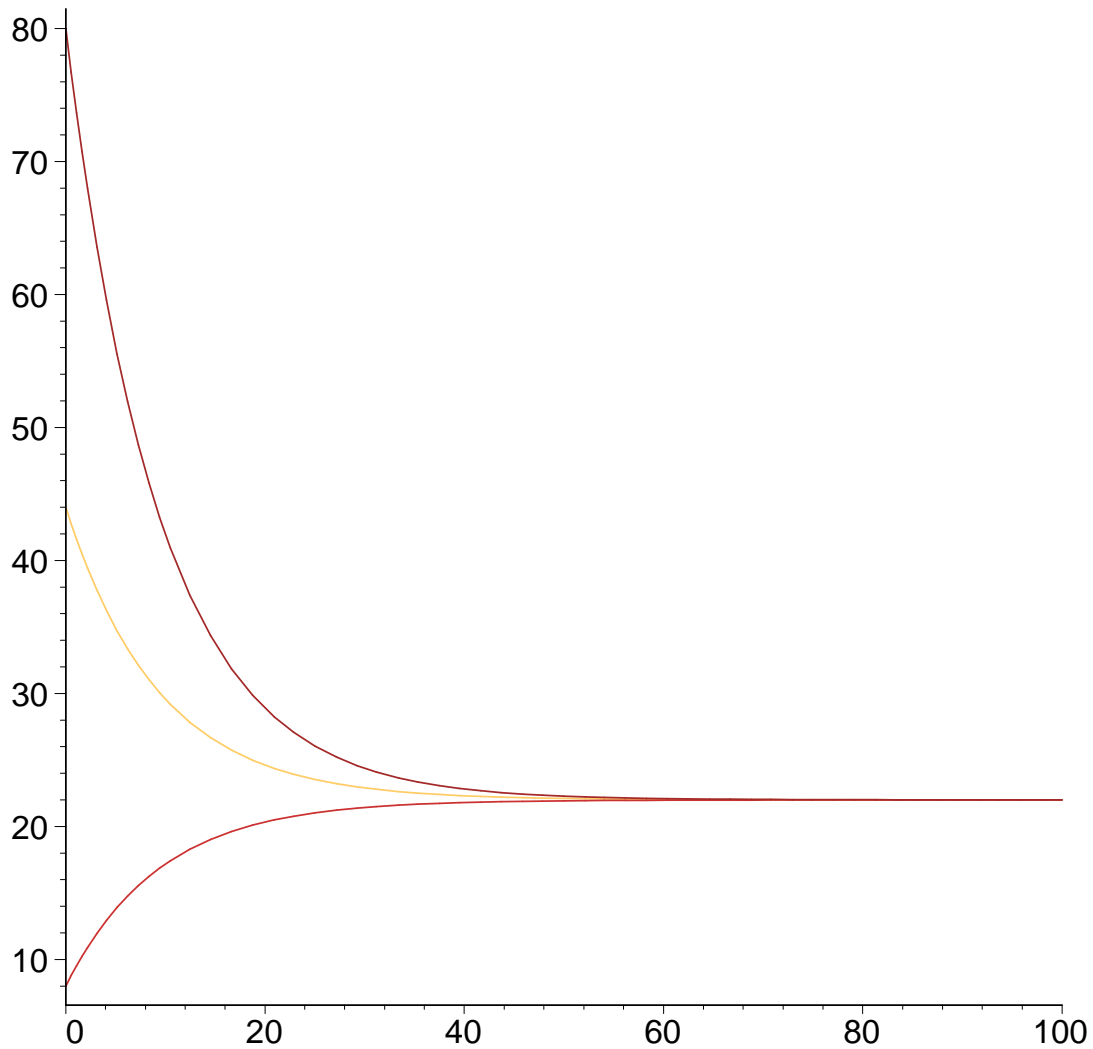
```
> A:=22:
  Ist wohl eine recht sinnvolle Raumtemperatur
  Wir bestimmen b daraus, dass der Kaffee nach 10 Minuten von 80 auf 42 Grad abgekühlt ist
> solve(uK(10)=42,b);
      -\frac{1}{10} \ln\left(\frac{10}{29}\right)
> b:=evalf(%);
      b := 0.1064710737
> Oskars_Zeit:=solve((0.5*uM(t))+(0.5*uK(t))-42,t);
      Oskars_Zeit := 0.8951744027
> Kaffee:=plot(uK, 0..100,color=brown ):
> Milch:=plot(uM, 0..100, color=orange):
> display(%,%);
```



```

> uMI_Oskar:=0.5*uM(t)+0.5*uK(t);
      uMI_Oskar := 22.0 + 22.0 e(-0.1064710737 t)
> uMI_Oskar:=unapply(22.0+22.0*exp(-b*t),t);
      uMI_Oskar := t → 22.0 + 22.0 e(-0.1064710737 t)
> Mischung_Oskar:=plot(uMI_Oskar,0..100,color=COLOR(1,0.8,0.4)
):
> display(Kaffee,Milch, Mischung_Oskar);

```



und jetzt für Olga

```
> ode2 := D(u)(t) = -b * u(t) + b * A;
```

$$ode2 := D(u)(t) = -0.1064710737 u(t) + 2.342363621$$

```
> ic2 := u(0) = 0.9 * 80 + 0.1 * 8;
```

$$ic2 := u(0) = 72.8$$

```
> lsg2 := dsolve( { ode2, ic2 }, u(t) );
```

$$lsg2 := u(t) = \frac{23423636210}{1064710737} + \frac{270436527218}{5323553685} e^{\left(-\frac{1064710737 t}{10000000000}\right)}$$

```
> exprK2 := 22 + (exp(-b*t) * (58));
```

$$exprK2 := 22 + 58 e^{(-0.1064710737 t)}$$

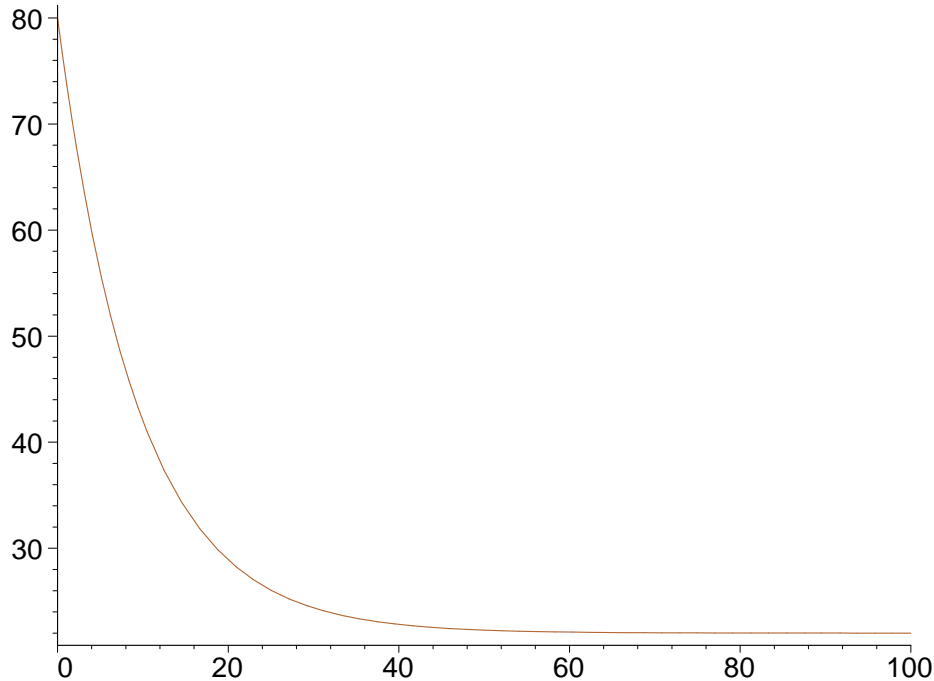
```
> uMI2 := unapply(exprK2, t);
```

$$uMI2 := t \rightarrow 22 + 58 e^{(-0.1064710737 t)}$$

```

> Olgas_Zeit:=solve(uMI2(t)=42,t);
                                Olgas_Zeit := 10.00000000
> evalf(%);
                                10.00000000
> Olga:=plot(uMI2,0..100,color=(COLOR(RGB,0.7,0.4,0.2))):
> display(Olga);

```



und jetzt der Vergleich der beiden Verfahren

```

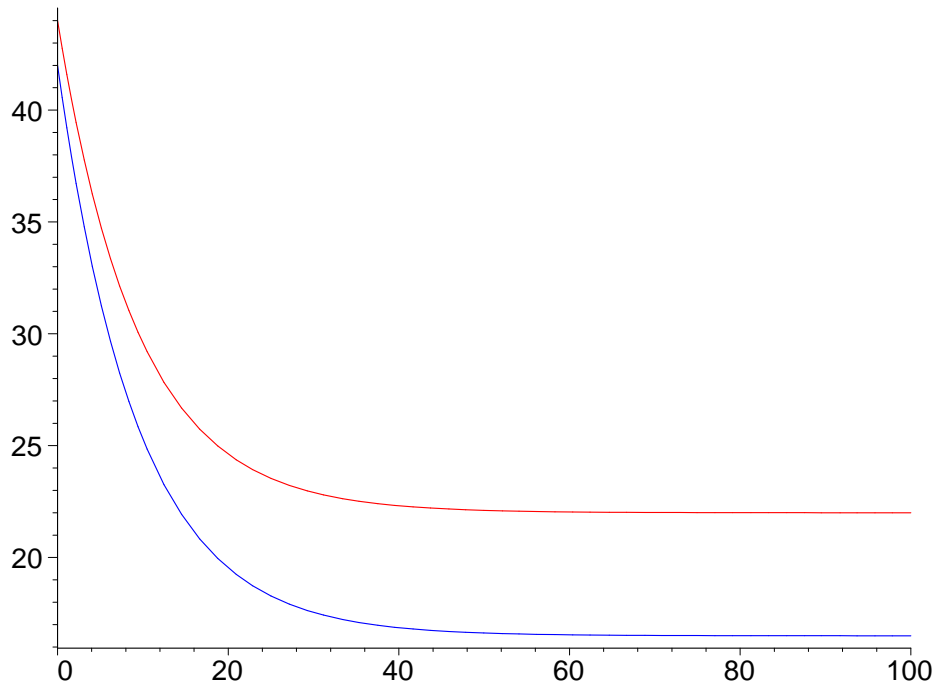
>
Vermutung: Oskars Methode ist schneller. Die Abkühlgeschwindigkeit ist proportional zur
Temperaturdifferenz, diese ist bei Oskar größer:
>
>
> exprK:=A+(exp(-b*t)*(-A+U));
                                exprK := 22 + e(-0.1064710737 t) (-22 + U)
> Kaffe:=unapply(exprK,t);
                                Kaffe := t → 22 + e(-0.1064710737 t) (-22 + U)
> U_Oskar_Kaffe:=80;
U_Oskar_Milch:=8;
U_Olga_Mischung:=44;
                                U_Oskar_Kaffe := 80
                                U_Oskar_Milch := 8
                                U_Olga_Mischung := 44
> expr_Oskar:=0.5*(A+(exp(-b*t)*(-A+80))+0.5*(A+exp(-b*t)*(-A+8)))
;
                                expr_Oskar := 16.50 + 25.50 e(-0.1064710737 t)

```

```

> expr_Olga:=A+(exp(-b*t)*(-A+44));
      expr_Olga := 22 + 22 e(-0.1064710737 t)
> Oskar:=unapply(expr_Oskar,t);
      Oskar := t → 16.50 + 25.50 e(-0.1064710737 t)
> Olga:=unapply(expr_Olga,t);
      Olga := t → 22 + 22 e(-0.1064710737 t)
> Osk:=plot(Oskar,0..100,color=blue):
Olg:=plot(Olga,0..100,color=red):
> display(Olg,Osk);

```



Man sieht: Oskar ist schneller!!  
 Und jetzt verlassen die beiden nach 3 Minuten das Gebäude und gehen nach draußen.

```

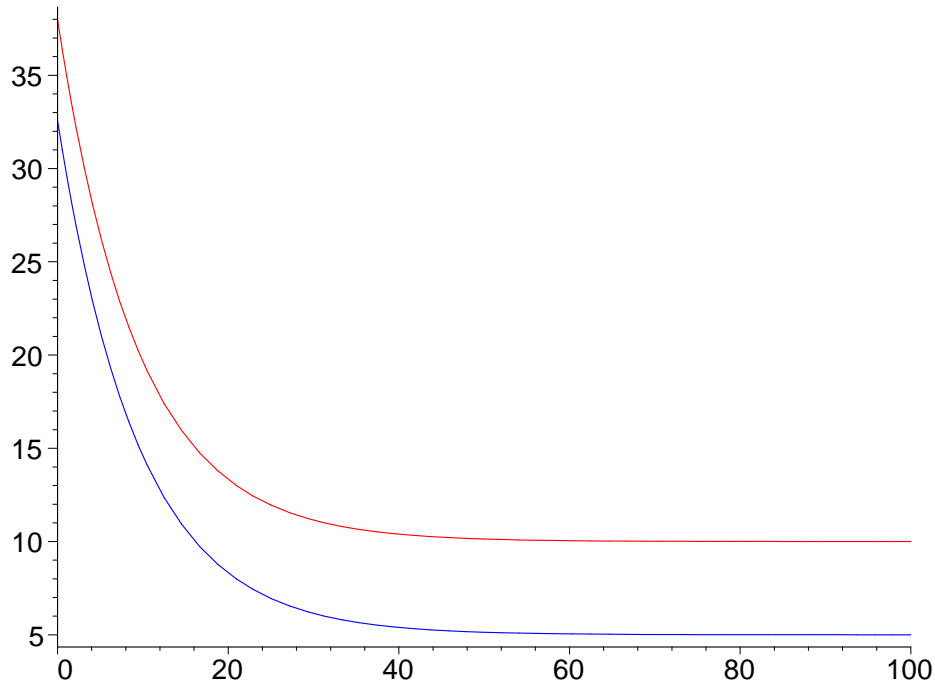
> uK(3);
      64.14136456
> uM(3);
      11.82794649
> Olga(3);
      37.98465552
> A:=10:
> expr_Oskar_2:=0.5*(A+(exp(-b*t)*(-A+(uK(3))+0.5*(A+exp(-b*t)*(-A
+ (uM(3))))))) );
      expr_Oskar_2 := 5.0 + 0.5 e(-0.1064710737 t) (55.86026757 - 0.7265752510 e(-0.1064710737 t))
> Oskar_2:=unapply(expr_Oskar_2,t);
      Oskar_2 := t → 5.0 + 0.5 e(-0.1064710737 t) (55.86026757 - 0.7265752510 e(-0.1064710737 t))

```

```

[ > expr_Olga_2:=A+(exp(-b*t)*(-A+(Olga(3)))));
      expr_Olga_2 := 10 + 27.98465552 e(-0.1064710737 t)
[ > Olga_2:=unapply(expr_Olga_2,t);
      Olga_2 := t → 10 + 27.98465552 e(-0.1064710737 t)
[ > Olga:=plot(Olga_2,0..100,color=red):
[ > Oskar:=plot(Oskar_2,0..100,color=blue):
[ > display(%,%);

```



```

[ >
[ >
[
[

```