Sommersemester 2006 Ausgabe: 22. Juni 2006

X. Übung zur Darstellungstheorie

Abgabe: Do, 29. Juni 2006 in der Vorlesung

http://math-www.upb.de/~dirk/Vorlesungen/Darstellungstheorie/

20. Aufgabe: **a)** Man bestimme alle unzerlegbaren Darstellungen des Köchers mit unterliegendem Graphen $\mathbb{A}_n$, bei beliebiger Orientierung der Pfeile.

b) Sei Γ der Köcher

$$\begin{tikzcd} 1 \arrow[dr] & & \\ & 3 \arrow[r] & 4 \\ 2 \arrow[ur] & & \end{tikzcd}$$

wie folgt:

Es wird in der Vorlesung gezeigt, dass $Q_{\mathbb{D}_4}$ außer den einfachen genau die folgenden positiven Wurzeln hat:

$$\begin{gathered} e_1 + e_3, \quad e_2 + e_3, \quad e_3 + e_4, \\ e_1 + e_3 + e_4, \quad e_1 + e_2 + e_3, \quad e_2 + e_3 + e_4, \\ e_1 + e_2 + e_3 + e_4, \quad e_1 + e_2 + 2e_3 + e_4. \end{gathered}$$

Man bestimme alle unzerlegbaren Darstellungen von Γ mit Hilfe von a) und Spiegelungsfunktoren (Coxeter-Transformationen). 10 P.

21. Aufgabe: Sei Q die quadratische Form zum Dynkin-Graphen $\mathbb{D}_n$ $(n \geq 4)$. Für einen positiven Vektor $x \in \mathbb{Z}^n$ sei $\operatorname{supp}(x)$ der *Träger* von x, d. h. der volle Teilgraph von $\mathbb{D}_n$, der aus allen Punkten i besteht mit $x_i \neq 0$. Es heißt x *dünn*, falls $x_i \in \{0, 1\}$ gilt für $i = 1, \ldots, n$. Man zeige:

a) Für jede positive Wurzel x von Q ist $\operatorname{supp}(x)$ zusammenhängend.

b) Ist x positiv, dünn und $\operatorname{supp}(x)$ zusammenhängend, so ist x eine Wurzel von Q. 10 P.